ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2 | ISSUE 5 | 2021
ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
DOI: 10.24411/2181-1385-2021-00848

ИККИТА ТОҚ ТУБ СОНЛАРНИНГ ЙИҒИНДИСИ КЎРИНИШИДА ИФОДАЛАШ МАСАЛАСИНИНГ МАХСУС ТЎПЛАМИ ҲАҚИДА

Ҳилола Одилжон қизи Абдусаматова
Тошкент давлат аграр университети Термиз филиали катта ўқитувчиси

АННОТАЦИЯ

Ушбу мақолада иккита тоқ туб сонларнинг йиғиндиси кўринишида ифодалаш масаласининг махсус тўплами ҳақидаги қарашлар қисқача таҳлил қилинади.

Калит сўзлар: сонлар, математика, тўплам, натурал сонлар, теорема.

ABOUT A SPECIAL SET OF EXPRESSION PROBLEMS AS A SUM OF TWO ODD ROUNDS

ABSTRACT

This article briefly analyzes the views on a special set of expression problems in the form of the sum of two odd prime numbers.

Keywords: numbers, mathematics, set, natural numbers, theorem.

КИРИШ

Фараз этайлик X ва P лар етарлича катта ҳақиқий сонлар, $n, (n \le X)$ натурал сон, p, p_1, p_2– туб сонлар бўлсин. $M(X)$ билан

$$n = p_1 + p_2 \qquad (1)$$

кўринишда ифодалаш мумкин эмас деб гумон қилинаётган жуфт натурал сонлар $n, (n \le X)$ тўпламини белгилаймиз. $E(X)$ шу тўпламнинг элементлари сони, яъни $E(X) = cardM(X)$ бўлсин; $R(n)$ эса берилган n сонини (1) кўринишда ифодалашлар сони, бошқача қилиб айтганда (1) нинг туб сонлардаги ечимлари сони бўлсин.

АДАБИЁТЛАР ТАҲЛИЛИ ВА МЕТОДАЛОГИЯ

В [1] А.Ф.Лаврик биринчи бўлиб $R(n)$ учун кўпи билан $E(X) \ll X/ln^A X$ (бунда $A > 0$– ихтиёрий ўзгармас сон) та жуфт $n, (n \le X)$ лардан бошқа барча n лар учун ўринли бўлган асимптотик формулани исботлади. Шундан кейин, R.C.Vaughan [2], H.L.Montgomery, R.C.Vaughan [3] лар бўлганда $E(X)$ қараб мос равишда $E(X) < X \cdot exp\left(-c\sqrt{lnX}\right)$ ва $E(X) < X^{1-\delta}$ эканлигини

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
DOI: 10.24411/2181-1385-2021-00848

исботладилар. И.Аллаков [4] $R(n)$ учун $X^{1-\delta}$ ($0< \delta <1$) тадан бошқа барча $n, (n \le X)$ лар учун ўринли бўлган қуйидан баҳо олди.

Ушбу ишда қуйидаги натижалар исботланган.

Теорема. a). Агар Дирихле L −функциясининг махсус ҳақиқий ноли мавжуд бўлмаса, у ҳолда X нинг етарлича катта қийматларида $n, (n \le X)$ нинг кўпи билан $E(X) < X^{0,9882}$ тадан бошқа барча қийматлари учун

$$R(n) > n^{0,991673}\left(0{,}0007262 \cdot \frac{n^{1,008326}}{\varphi(n)} - 1\right)$$

тенгсизлик; қолган қийматлари учун эса

$$R(n) \le n^{0,991673}\left(0{,}0007262 \cdot \frac{n^{1,008326}}{\varphi(n)} - 1\right)$$

тенгсизлик ўринли.

b). Агар Дирихле L −функцияси $L(s,\chi)$ нинг махсус ҳақиқий ноли $\tilde{\beta}$ мавжуд бўлиб, $(n, \tilde{r}) = 1$ бўлса, у ҳолда X нинг етарлича катта қийматларида $n, (n \le X)$ нинг кўпи билан $E(X) < X^{0,9882}$ тадан бошқа барча қийматлари учун

$$R(n) > n^{0,991673}\left(0{,}6\frac{n^{1,008326}}{\varphi(n)} - 1\right)$$

тенгсизлик; қолган қийматлари учун эса

$$R(n) \le n^{0,991673}\left(0{,}6\frac{n^{1,008326}}{\varphi(n)} - 1\right)$$

тенгсизлик ўринли бўлади.

Исботи. Қуйидаги белгилашлардан фойдаланамиз:

$$S(\alpha) = \sum_{P<p\le X} lnp\, e(p\alpha) \qquad (2)$$

$$P = X^{3\delta} \text{ ва } Q = XP^{-1} \qquad (3)$$

деб олиб [0,1] интервални асосий ва қўшимча интервалчаларга бўламиз. $1 \le a \le q \le P,\ (a,q) = 1$ лар учун $\mathfrak{M}(q,a)$ асосий $\left[\frac{a}{q} - \frac{1}{qQ}, \frac{a}{q} + \frac{1}{qQ}\right]$ интервални белгилаймиз.

Тушунарлики, асосий интерваллар кесишмайдилар. Барча асосий интерваллрнинг бирлашмасини $\mathfrak{M}$ билан белгилаймиз.

$Q^{-1} < \alpha < 1 + Q^{-1}$ ва $\alpha \notin \mathfrak{M}$ шартларни қаноатлантирувчи α лар

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
DOI: 10.24411/2181-1385-2021-00848

тўпламини $\mathfrak{N}$ билан белгилаймиз. У ҳолда $\mathfrak{N}-$ қўшимча интерваллариинг бирлашмасидан иборат бўлади.

$$R(n)=\sum_{\substack{n=p_1+p_2\\ P<p_1+p_2\le X}} lnp_1\cdot lnp_2$$

бўлсин. У ҳолда (2) дан фойдаланиб

$$R(n)=R_1(n)+R_2(n)=\int_{Q^{-1}}^{1+Q^{-1}} S^2(\alpha)\,e(-n\alpha)d\alpha \qquad (4)$$

кўринишда ифодалаш мумкин. Бу ерда

$$R_1(n)=\int_{\mathfrak{M}} S^2(\alpha)\,e(-n\alpha)d\alpha; \qquad R_2(n)=\int_{\mathfrak{N}} S^2(\alpha)\,e(-n\alpha)d\alpha$$

[5] нинг 2-боби 4-параграфида

$$\sum_{n\le X} R_2^2(n)\le c_1XP^{-1}ln^9X$$

нинг бажарилиши исботланган. Бундан $R_2(n)>XP^{-\frac{7}{24}}$ тенгсизликни қаноатлантирувчи n $(n\le X)$лар сонининг X нинг етарлича катта қийматларида (3)га асосан

$$c_1XP^{-\frac{5}{12}}ln^9X=c_1X^{1-\frac{5}{4}\delta}ln^9X<X^{1-1,24\delta} \qquad (5)$$

дан кўп эмас эканлиги келиб чиқади. Қолган n $(n\le X)$лар учун

$$R_2(n)\le XP^{-\frac{7}{24}} \qquad (6)$$

бажарилади.

***a*) нинг исботи.** Дирихле $L-$функциясининг махсус ҳақиқий ноли мавжуд бўлмаса X нинг етарлича катта қийматлари учун [5] нинг 2-боби 5-параграфида (5.11)- тенгсизликка асосан

$$R_1(n)>7{,}262\cdot 10^{-4}\frac{n}{\varphi(n)}\cdot X, \qquad (7)$$

бунда $\varphi(n)-$ Эйлер функцияси ва $n\ge 3$ бўлганда

$$\frac{n}{\varphi(n)}<e^{\gamma}lnlnn+\frac{2{,}507}{lnlnn}$$

бажарилади ([5] нинг (2.22) формуласи). (4) дан

$$R(n)>R_1(n)-|R_2(n)|.$$

У ҳолда (6) ва (7) асосан бундан

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
DOI: 10.24411/2181-1385-2021-00848

$$R(n) > 7{,}262 \cdot 10^{-4} \frac{n}{\varphi(n)} \cdot X - XP^{-\frac{7}{24}} = XP^{-\frac{7}{24}} \left(7{,}262 \cdot 10^{-4} \frac{n}{\varphi(n)} \cdot P^{\frac{7}{24}} - 1 \right)$$

$$X^{1-\frac{7}{8}\delta} \left(7{,}262 \cdot 10^{-4} \frac{n}{\varphi(n)} \cdot X^{\frac{7}{8}\delta} - 1 \right) \geq n^{1-\frac{7}{8}\delta} \left(7{,}262 \cdot 10^{-4} \frac{n^{1+\frac{7}{8}\delta}}{\varphi(n)} - 1 \right).$$

Бунда [5] даги сингари $\delta = 95{,}1613 \cdot 10^{-4}$ деб олсак, δ га нисбатан қўйилган барча шартлар бажарилади ва

$$R(n) > n^{0{,}991673} \left(0{,}0007262 \cdot \frac{n^{1{,}008326}}{\varphi(n)} - 1 \right). \qquad (8)$$

МУҲОКАМА ВА НАТИЖАЛАР

Шундай қилиб, (8) –тенгсизлик ўринли бўлмаган $n\ (n \leq X)$лар сони X нинг етарлича катта қийматларида $X^{1-1{,}24\delta} < X^{0{,}9882}$ дан кўп эмас. Қолган $n\ (n \leq X)$лар учун

$$R(n) \leq n^{0{,}991673} \left(0{,}0007262 \cdot \frac{n^{1{,}008326}}{\varphi(n)} - 1 \right) \qquad (9)$$

бажарилади.

***b*) нинг исботи.** Энди агар Дирихле L −функцияси $L(s,\chi)$ нинг махсус ҳақиқий ноли $\tilde{\beta}$ мавжуд бўлиб, $(n, \tilde{r}) = 1$ бўлсин. Бу ерда χ билан $\tilde{r}$ модули бўйича Дирихле характери белгиланган. Бу ҳолда [5] нинг (5.13) − тенгсизлигига асосан

$$R_1(n) > 0{,}6 \frac{n}{\varphi(n)} \cdot X, \qquad (10)$$

муносабат барча $n\ (n \leq X)$лар учун бажарилади. Шунинг учун ҳам (5),(6) ва (10) дан қуйидагига эга бўламиз:

$$R(n) > R_1(n) - |R_2(n)| > 0{,}6 \frac{n}{\varphi(n)} \cdot X - XP^{-\frac{7}{24}} =$$

$$XP^{-\frac{7}{24}} \left(0{,}6 \frac{n}{\varphi(n)} P^{\frac{7}{24}} - 1 \right) > n^{1-\frac{7\delta}{8}} \left(0{,}6 \frac{n^{1+\frac{7\delta}{8}}}{\varphi(n)} - 1 \right).$$

Бу ерда юқоридаги қаралган ҳолдаги сингари $\delta = 95{,}1613 \cdot 10^{-4}$ деб олсак, δ га нисбатан қўйилган барча шартлар бажарилади ва

ISSN: 2181-1385
Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723
DOI: 10.24411/2181-1385-2021-00848

$$R(n) > n^{1-\frac{7\delta}{8}}\left(0{,}6\frac{n^{1+\frac{7\delta}{8}}}{\varphi(n)}-1\right) > n^{0{,}991673}\left(0{,}6\frac{n^{1{,}008326}}{\varphi(n)}-1\right) \qquad (11)$$

га эга бўламиз.
(8) ва (11) дан қуйидаги натижа келиб чиқади.

ХУЛОСА

Агар Дирихле L −функциясининг махсус ҳақиқий ноли мавжуд бўлмаса ёки бундан нол $\tilde{\beta}$ бирор $L(s,\chi)$ функция учун мавжуд бўлиб $(n,\tilde{r})=1$ бўлса, у ҳолда X нинг етарлича катта қийматларида $n,(n\le X)$ нинг кўпи билан $E(X)<X^{0{,}9882}$ тадан бошқа барча қийматлари учун

$$R(n) > n^{0{,}991673}\left(0{,}6\frac{n^{1{,}008326}}{\varphi(n)}-1\right)$$

тенгсизлик; қолган қийматлари учун эса

$$R(n) \le n^{0{,}991673}\left(0{,}6\frac{n^{1{,}008326}}{\varphi(n)}-1\right)$$

муносабатлар ўринли бўлади.
Бу ерда χ билан $\tilde{r}$ модули бўйича Дирихле характери белгиланган.

REFERENCES

1. Лаврик А.Ф. К бинарным проблемам аддитивной теории простых чисел в связи с методом тригонометрических сумм И.М. Виноградова // Вестник ЛГУ. - 1961. - №13. - с. 11-27.
2. Vaughan R.C. On Goldbach's problem // Acta arithm. - 1972. -№1(22). - p.21-48.
3. Montgomery H.L., Vaughan R.C. The exceptional set in Goldbach's problem // Acta arithm. - 1975 v.27. p. 353-370
4. Аллаков И. Сонлар назариясининг баъзи бир аддитив масалаларни аналитик усуллар билан ечиш. Монография. -Т, «Таълим» 2012,200б.
5. Аллаков И. Искючительное множество суммы двух простых чисел. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Ташкент, 1983. 148с.