УМУМИЙ ЎРТА ТАЪЛИМ МАКТАБЛАРИДА ФАНЛАРАРО БОҒЛИҚЛИК

Мехрибон Норимоновна Солаева
Низомий номидаги Тошкент давлат педагогика университети

АННОТАЦИЯ

Ушбу мақолада мактаб 11 синф ўқувчиларига бошланғич функция ёки аниқмас интеграл мавзусини тушунтиришда мактаб ўқувчиларига таниш бўлган атамалардан фойдаланиш ва бошланғич функция топишдаги баъзи қоидалар ва теоремаларнинг ўрнини мисолларда тахлил қилишга бағишланган.

Калит сўзлар: таълим, мактаб, педагогика, интеграция, математика, физика, фан.

INTERDISCIPLINARY CONNECTION IN GENERAL SECONDARY SCHOOLS

Mehribon Norimonovna Solaeva
Tashkent State Pedagogical University named after Nizami

ABSTRACT

This article is devoted to the use of terms familiar to school students in explaining the topic of primary function or indefinite integral to 11th grade students and to analyze in examples the place of some rules and theorems in finding primary function.

Keywords: education, school, pedagogy, integration, mathematics, physics, science.

КИРИШ

Мактаб физика ва математика курсидан маълумки математиканинг кўплаб бўлимлари физика фанининг асоси ҳисобланади. Масалан физикадаги моддий нуқтанинг тезлиги ва тезланишини топиш масаласи математикада албатта функция ҳосиласини топиш орқали топилади. Яъни ҳаракатнинг тенгламаси вақт ўтиши билан йўлнинг ўзгариш қонуни берилган деб фараз қилиб, аввал тезликни сўнгра тезланишни функция ҳосиласи ёрдамида топилади. Бироқ амалда кўпроқ тескари масалани ечишга тўғри келади.

АДАБИЁТЛАР ТАҲЛИЛИ ВА МЕТОДОЛОГИЯ

Масалан a тезланиш t вақтнинг функцияси $a=a(t)$ сифатида берилган бўлиб, t вақт ўтилган s йўлни ва тезлик v ни топиш талаб этилади. Бу ҳам албатта физика ва математика фанининг узвий боғлиқлиги ва баъзи физикага оид мисолларни математик йўл билан ишлаш мумкинлигини кўрсатади[1]. Бу ерда ҳосиласи $a(t)$ бўлган $v=v(t)$ функцияни $a=a(t)$ функциядан топиб, сўнгра ҳосиласи v бўлган $S=S(t)$ функцияни топамиз.

Масалан тезлиги $v=6x^3-8x+3$ формула билан берилган моддий нуқта $x=1$ вақт моментида $S=0$ га тенг йўл босиб ўтса, ушбу нуқтанинг $x=5$ моментдаги босиб ўтган йўли узунлигини топинг. Каби масалалар берилганда ва шунга ўҳшаш, x ўқнинг $[0,x]$ тўғри чизиқли кесмаси бўйлаб узликсиз тақсимланган $m=m(x)$ масса маълум бўлганда, дифференциаллаб $\rho=\rho(x)$ “чизиқли” зичликни топиш мумкин. Лекин табиий шундай савол туғилади; зичликнинг берилган $\rho=\rho(x)$ ўзгариш қонуни бўйича таксимланган массанинг миқдорини топиш, яъни берилган $\rho(x)$ функция бўйича ҳосиласи $\rho(x)$ бўлган $m=m(x)$ функцияни топиш талаб этилади. Бундай масалалр ечимини топиш учун мактаб ўқувчиларига ҳали таниш бўлмаган яна битта атамани ёки математик амални киритишга тўғри келади. Яъни бошланғич функция ёки аниқмас интеграл топиш амалидир. Бошланғич функция ёки аниқмас интеграл ўзи нима саволига қуйида жавоб берамиз.

Агар берилган $\rho=X$ оралиқнинг барча нуқталарида $f(x)$ функция $F(x)$ нинг ҳосиласи, яъни $F'(x)=f(x)$ бўлса, у ҳолда $F(x)$ функция берилган оралиқда $f(x)$ функциянинг бошланғич функцияси ёки аниқмас интеграли дейилади.

НАТИЖАЛАР

Биз биламизки замонавий математика курсида бошланғич функция ёки аниқмас интеграл тушунчаси билан ўқувчи мактаб праграммасининг 11 синф курсида танишиб ўтади ва албатта янги тушунчани мактаб ўқувчилар онгига сингдиришда ўқувчилар тушунадиган атама-ю терминлардан фойдаланиш жуда катта рол ўйнайди. Шунинг учун юқоридаги аниқмас интеграл ёки бошланғич функция таърифини киритгач, аниқмас интеграл ёки бошланғич функция топиш амали бу хосила топиш амалига мутлақо тескари тартибда бажариладиган амал, яъни ҳосиласи берилган функцияга тенг бўлган функцияни топиш амали эканлигини тушунтириш лозим. Бу мактаб ўқувчиларида албатта эшитган ва

билган амалига тескари амал эканлигидан бу интегралаш амалини ҳам ўқувчилар оддий тушунча каби қабул қилади.

Теорема. Агар бирор (чекли ёки чексиз, очиқ ёки ёпиқ) X оралиқда $F(x)$ функция $f(x)$ функциянинг бошланғич функцияси бўлса, у ҳолда $F(x)+C$ ҳам (бу ерда C иҳтиёрий ўзгармас сон) бошланғич функция бўлади. Аксинча, X оралиқда $f(x)$ нинг ҳар бир бошланғич функциясини шу кўринишда ёзиш мумкин [2].

Исбот: $F(x)$ функция билан биргаликда $F(x)+C$ функция ҳам $f(x)$ нинг бошланғич функцияси эканлигини кўрсатиш учун ҳар иккала функциядан ҳосила олишнинг ўзи етарли ва булардан кўринадики $\left(F(x)+C\right)' = F(x)' = f(x)$ бўлади бу эса теоремани исботлайди.

Ушбу теоремадан берилган $f(x)$ функциянинг ҳамма бошланғич функцияларини топиш учун фақат битта бошланғич функцияни топиш етарли эканлиги келиб чиқади, чунки улар бир биридан ўзгармас қўшилувчигагина фарқ қиладилар.

Бунга кўра $F(x)+C$ ифода, бу ерда C иҳтиёрий ўзгармас сон, $f(x)$ ҳосилага эга бўлган функциянинг умумий кўриниши бўлади. Бу ифода $f(x)$ нинг аниқмас интеграли дейилади ва $\int f(x)\mathrm{dx}$ каби белгиланади [2].

Юқоридаги таъриф ва теоремаларни ўқувчиларга тушунтиргач бошланғич функция ёки аниқмас интеграл ҳисоблашнинг баъзи ҳосса ва қоидалар тушунтирилиши шарт. Бунинг сабабини ҳар бир хосса ва қоидаларни тушунтириб бераётганда ёритиб ўтамиз.

1^0 $d\int f(x)dx = f(x)dx$ яъни d ва $\int$ белгилар биринчиси иккинчисидан олдин ёзилган бўлса, ўзаро қисқаради. Яъни интегралашдан олинган ҳосила шу интеграл белгиси остидаги функциянинг ўзига тенг бўлади.

2^0 $F(x)$ функция $F'(x)$ нинг бошланғич функцияси бўлгани учун $\int F(x)'dx = F(x)+C$ га эга бўламиз, буни $\int dF(x) = F(x)+C$ кўринишда ҳам ёзиш мумкин. Бундан $F(x)$ олдидаги d ва $\int$ белгилар d белги $\int$ дан кейин келса ҳам қисқаради, фақат бунда $F(x)$ га ихтиёрий ўзгармас сон қўшиш керак [2].

МУҲОКАМА

Бу теоремаларни ўқувчиларга ўргатгандан кейин асосий элементар функцияларнинг интеграллар жадвалини бериб кетиш керак ва жадвалдаги ҳар бир функция интегралини тушунтириб бериш лозим.

Интеграллаш жадвалини тушунтириб мактаб ўқувчиларига ёдлатгандан сўнг баъзи интеграллашнинг энг содда қоидаларини тушунтириб бериш лозим қуйида ҳудди шу каби содда қоидаларни тушунтириб тахлил қилиб ўтамиз.

I. Агар a ўзгармас сон бўлсабу ҳолда $\int af\left(x\right)dx = a\int f\left(x\right)dx$. Яъни ўзгармас кўпайтувчини интеграл белгиси остидан чиқариш мумкин.

II. $\int(f\left(x\right)\pm g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ арифметик йиғиндининг интеграли интегралар арифметик йиғиндисига тенг [3].

Бу иккала формула ҳақида қуйидагини айтиб ўтайлик. Буларга иккита ҳар бири иҳтиёрий ўзгармасни ўз ичига оладиган аниқмас интеграл киради. Бу типдаги тенгликни ўнг ва чап томони орасидаги айирма ўзгармасга тенг деган маънода тушунилади. Бу тенгликларни асл маънода тушуниш ҳам мумкинб лекин у вақтда бунда иштирок этган интеграллардан биттаси иҳтиёрий бошланғич функция бўлмай қолади: тенгликдаги ўзгармас сон бошқа интеграллардаги ўзгармасларни топилгандан кейин аниқланади.

III. Агар $\int f\left(t\right)dt = F\left(t\right) + C$ бўлса, у ҳолда: $\int f\left(ax+b\right)dx = \frac{1}{a}F\left(ax+b\right) + C'$ бўлади [3].

Бу қоидаларни ўқувчиларга тушунтиришдан мақсадни юқорида мисол тариқасида берилган масала ва қуйида мисолларда тахлил қиламиз.

Энди юқорида бериб кетилган мисолни тахлил қиладиган бўлсак, тезлиги $v = 6x^3 - 8x + 3$ формула билан берилган моддий нуқта $x = 1$ вақт моментида $S = 0$ га тенг йўл босиб ўтса, ушбу нуқтанинг $x = 5$ моментдаги босиб ўтган йўли узунлигини топинг.

Ечиш: биз биламизки моддий нуқтанинг босиб ўтган йўли узунлигини топиш учун йўл формуласи берилган ҳолда, формуладаги ўзгарувчи ўрнига вақтни қўйиб хисоблаш етарли. Демак биз ушбу мисолни ечишимиз учун йўл формуласини топишимиз керак. Функция ҳосиласи қоидасидан биламизки йўл формуласидан олинган ҳосила моддий нуқтанинг тезлиги формуласини берар эди. Бундан кўринадики моддий нуқтанинг тезлиги формуласи берилган ҳолда унинг йўл формуласини топиш учун бошланғич функция топишимиз лозим. $\int(6x^3 - 8x + 3)dx$ [4] аниқмас интегрални ҳисоблашимиз керак. Бу аниқмас

интегрални ҳисоблаш учун юқоридаг аниқмас интеграл ҳисоблаш учун теорема ва қоидалардан фойдаланамиз.

$$\int(6x^3-8x+3)dx=\int 6x^3dx-\int 8xdx+\int 3dx=\frac{6}{4}x^4-\frac{8}{2}x^2+3x+C=\frac{3}{2}x^4-4x^2+3x+C$$

бундан кўринадики моддий нуқтанинг вақт давомида босиб ўтган йўлининг узунлиги формуласи $S=\frac{3}{2}x^4-4x^2+3x+C$ га тенг экан. Масаланинг шартига кўра моддий нуқта вақтнинг 1 га тенг момонтида 0 га тенг узунликдаги йўлни босиб ўтар экан. Бундан эса $S(1)=\frac{3}{2}\cdot 1^4-4\cdot 1^2+3\cdot 1+C=\frac{3}{2}-4+3+C=\frac{1}{2}+C=0$ эканлиги келиб чиқади ва охирги ифодадан, яъни $\frac{1}{2}+C=0$ эканлигидан $C=-\frac{1}{2}$ га тенг эканлиги келиб чиқади. Буларнинг барчасидан моддий нуқтанинг харакат троекторияси умуий формуласи $S=\frac{3}{2}x^4-4x^2+3x-\frac{1}{2}$ га тенг эканлигини кўрамиз. Энди моддий нуқтанинг вақтнинг 5 га тенг моментидаги босиб ўтган йўли узунлигини топиш учун топилган умумий йўл формуласи ўрнига 5 ни қўйиб ҳисоблаймиз. $S(5)=\frac{3}{2}\cdot 5^4-4\cdot 5^2+3\cdot 5-\frac{1}{2}=\frac{1875}{2}-100+15-\frac{1}{2}=\frac{1874}{2}-85=937-85=852$ демак моддий нуқта вақтнинг 5 га тенг моментида 852 бирликка тенг йўл босиб ўтади.

Мисол. $\int\left(6x^2-3x+5\right)dx$ [4] аниқмас интегрални ҳисобланг.

Ечиш: бу мисолни ечиш учун юқоридаги қоида ва хоссалардан фойдаланамиз:

$$\int(6x^2-3x+5)dx=\int 6x^2dx-\int 3xdx+\int 5dx=6\int x^2dx-3\int xdx+5\int dx=$$

$$2x^3-\frac{3}{2}x^2+5x+C\,.$$

ХУЛОСА

Юқоридагилардан келиб чиқган ҳолда шуни хулоса қилиб айтиш мумкинки, умумий ўрта таълим мактабларида 11 синф ўқувчиларига бошланғич функция ёки аниқмас интегралар мавзусини тушунтириш давомида оддий деб ҳисобланадиган хоссалар ва формулаларни тушунтиришда оддийликдан фойдаланиш самарали натижа беради.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

1. Ш.А.Алимов, О.Р.Холмуҳаммаедов, М.А.Мирзааҳмедов. “Алгебра” Умумий ўрта таълим мактабларининг 9- синфи учун дарслик. “Ўқитувчи” нашриёт матбаа ижодий уйи Еўшкент-2014.
2. Ш.Р.Хуррамов Олий матаматика. I жилд Чўлпон номидаги нашриёт- матбаа ижодий уйи Тошкент -2018
3. М.А.Мирзааҳмедов, Ш.Н.Исмаилов, А.Қ.Аманов. “математика” 11-синф учун дарслик. Тошент- 2018.
4. Ф.А.Ахмедова, М.М.Хабибуллина, М.Р.Ахмадеева. “Математика ва информатика” фанларидан мавзулаштирилган тестлар тўплами. Тошкент “Spectrum media group” нашриёти 2017й

REFERENCES

1. Ш.А.Алимов, О.Р.Холмуҳаммаедов, М.А.Мирзааҳмедов. “Алгебра” Умумий ўрта таълим мактабларининг 9- синфи учун дарслик. “Ўқитувчи” нашриёт матбаа ижодий уйи Еўшкент-2014.
2. Ш.Р.Хуррамов Олий матаматика. I жилд Чўлпон номидаги нашриёт- матбаа ижодий уйи Тошкент -2018
3. М.А.Мирзааҳмедов, Ш.Н.Исмаилов, А.Қ.Аманов. “математика” 11-синф учун дарслик. Тошент- 2018.
4. Ф.А.Ахмедова, М.М.Хабибуллина, М.Р.Ахмадеева. “Математика ва информатика” фанларидан мавзулаштирилган тестлар тўплами. Тошкент “Spectrum media group” нашриёти 2017й